Will man die Bewegung eines fallenden Apfels beschreiben, ist die Angabe der Fallzeit *t* und Fallhöhe *h* besonders interessant.

Gut wäre es, eine Formel zu kennen, die einem verrät, nach welcher Zeit der Apfel wie weit gefallen ist. Die Herleitung einer solchen Formel erscheint auf den ersten Blick recht schwierig zu sein, da der Apfel während des Fallens immer schneller wird.

Mit einem Trick schaffen wir es dennoch!

Die Geschwindigkeit des Apfels nimmt nämlich gleichmäßig zu. Für diesen Fall kann uns die Mathematik bei der Herleitung einer Formel für Fallhöhe und Fallzeit entscheidend helfen.

Wie in der Grafik unten illustriert ist, wird bei einer linearen Zunahme der Geschwindigkeit von *v*0 auf *v*End ihr Mittelwert über den gesamten Fall genau nach der Hälfte der Fallzeit erreicht!

Doch wie hilft einem diese Erkenntnis?

Wenden wir sie auf einen Apfel an, der bis zum Boden vier Sekunden lang fällt, wobei seine Geschwindigkeit in jeder Sekunde um ca. 10 m/s zunimmt   
(die Erdbeschleunigung wird mit angenähert).   
Am Ende des Falls ist er 40 m/s schnell und seine mittlere Geschwindigkeit beträgt 20 m/s. Diese erreicht er nach zwei Sekunden Fallzeit.



**Die Fallbeschleunigung *g* /   
Der Ortsfaktor**

In Deutschland beträgt der Ortsfaktor .   
Mit dem Formelzeichen wird der italienische Naturforscher   
***Galileo Galilei*** (1564 – 1642) geehrt, der unter anderem die Fallgesetze entdeckte.

Interessantes zur Einheit:

Die Überlegung ist nun, dass – wegen der gleichmäßigen Beschleunigung – ein Apfel, der gleichförmig mit der mittleren Geschwindigkeit (20 m/s) fällt, in der Fallzeit (4 s) die gleiche Strecke fällt, wie der gleichmäßig beschleunigte Apfel, nämlich 20 m/s · 4 s = 80 m.

„Vier Sekunden im Schnitt 20 m/s fallen ergibt dieselbe Fallhöhe wie vier Sekunden mit der gleichmäßigen Beschleunigung von 10 m/s2 fallen!“

Die Herleitung des Fallgesetzes erfolgt nach dem gleichen Prinzip.   
Die Fallhöhe *h* berechnet sich aus der mittleren Geschwindigkeit *v*D und Fallzeit *t*:

*h = v*D · *t*



**Verlinkt:**

**Hilfekarte** *Mittelwert*

Da die Fallgeschwindigkeit mit *g* · *t* zunimmt, und der Mittelwert nach der halben Gesamtfallzeit *t* erreicht wird, ergibt sich für die mittlere Geschwindigkeit

*v*D = = *g ·*

Setzt man diesen Ausdruck in die Formel für die Fallhöhe ein, erhält man

*h = v*D *· t = g ·*  *· t*  *= ​ ​· t2*

**Fallgesetz**: *h = · t2*



Eine Umstellung des Fallgesetzes nach der Fallzeit ergibt

Für eine Fallhöhe von *h* = 0,1 m ergibt sich demnach eine Fallzeit von

.

**Durchführung**

* Berechne die fehlenden Fallzeiten *t*Theorie, in der Tabelle.
* Baue das Experiment gemäß Abbildung auf.
* Miss für die Fallhöhen jeweils drei Fallzeiten und bilde aus ihnen den Mittelwert.   
  Beachte dabei den Messhinweis zur Bestimmung der Fallhöhe.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Fallhöhen** | ***h*1 = 0,10 m** | ***h*2= 0,15 m** | ***h*3 = 0,20 m** | ***h*4 = 0,25 m** |
| ***t*Theorie in s** | 0,14 |  |  |  |
| Fallzeit 1 |  |  |  |  |
| Fallzeit 2 |  |  |  |  |
| Fallzeit 3 |  |  |  |  |
| **Mittelwert in s** |  |  |  |  |
| **²** **in s²** |  |  |  |  |

**Auswertung**

1. Fertige ein ²-*h*-Diagramm an.
2. Überprüfe anhand des Diagramms, ob die Messwerte den aus dem Fallgesetz folgenden Zusammenhang *~*  *t*² bestätigen.

Fortsetzung – Fehlerbetrachtung

Das einfache Fallgesetz *h = · t2* geht davon aus, dass der Körper genau beim Start der Messung zu fallen beginnt: *v* (*t* = 0) = 0.

In unserem realen Experiment fängt die Unterbrecherkarte aber schon etwas oberhalb der oberen Lichtschranke zu fallen an, ist also vor dem Passieren der Lichtschranke bereits eine kleine Höhe gefallen und hat eine kleine Anfangsgeschwindigkeit. Benutzt man trotzdem dieses einfache Fallgesetz, so ignoriert man die Anfangsfallhöhe und die Anfangsgeschwindigkeit, und begeht damit einen „systematischen Fehler“.

Die zwischen den Lichtschranken gemessenen Fallzeiten werden immer (systematisch) etwas kleiner sein, als die mit dem einfachen Fallgesetz berechneten. Dazu betrachten wir die Situation, dass die Unterbrecherkarte 0,5 cm über der oberen Lichtschranke fallen gelassen wird (Situation A) für zwei Fallhöhen:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Fallhöhe zwischen den Lichtschranken | *h*1 = 0,1 m | *h*3 = 0,2 m |
| Situation A: | Unterbrecherkarte wird 0,5 cm über der oberen Lichtschranke fallengelassen. | Unterbrecherkarte wird 0,5 cm über der oberen Lichtschranke fallen gelassen. |



Um den systematischen Fehler abzuschätzen, lohnt es sich zusätzlich die Situation, dass die Unterbrecherkarte 1,0 cm über der oberen Lichtschranke fallen gelassen wird (Situation B), für die Fallhöhen *h*1 und *h*3 zu untersuchen:



1. Übernimm für Situation A die Fallzeiten aus der Beispielrechnung.



1. Berechne für Situation B die Fallzeiten für die beiden Fallhöhen und trage deine Ergebnisse in die Tabelle ein.



1. Übertrage die berechneten Fallzeiten für beide Situationen und Fallhöhen aus den oberen Tabellen.   
   Ergänze in der letzten Zeile die aus deinen Messungen gemittelte Fallzeit für die jeweilige Höhe.



1. Diskutiere mithilfe der Fehlertabelle, ob die gemessenen Fallzeiten im Rahmen der aus dem Fallgesetz folgenden Erwartungen liegen.